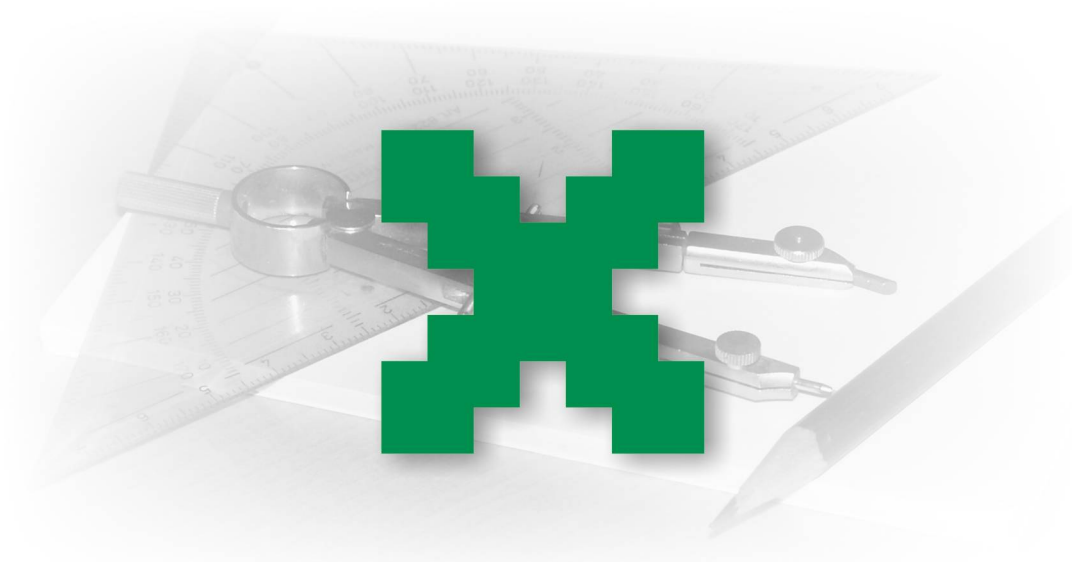


# GEONEXT

## ein erster Überblick

Lehrstuhl für Mathematik und ihre Didaktik  
Universität Bayreuth  
<http://geonext.de>



4. Dezember 2002

Zu den Forschungsschwerpunkten des Lehrstuhls für Mathematik und ihre Didaktik an der Universität Bayreuth gehört seit 1995 die Entwicklung dynamischer Mathematiksoftware und von Konzepten für deren Einsatz in der Ausbildung an Schule und Universität. Die Erfahrungen mit dem bewährten Geometrieprogramm GEONET bilden die Grundlage des Nachfolgeprogramms GEONE<sub>x</sub>T. Es lässt sich unter verschiedenen Betriebssystemen, wie z.B. Windows und Linux, einsetzen.

Die dynamische Mathematiksoftware GEONE<sub>x</sub>T eröffnet neue Wege des Lehrens und Lernens im Mathematikunterricht. Sie erlaubt Visualisierungsmöglichkeiten, die mit Papier, Bleistift und traditionellen Konstruktionswerkzeugen bzw. an der Tafel nicht realisierbar sind. GEONE<sub>x</sub>T bietet die Basis für einen Unterricht, der Schülern eigenverantwortliches, selbständiges und kooperatives Arbeiten sowie einen aktiv-entdeckenden Zugang zu mathematischen Inhalten ermöglicht.

Im Dezember 2002 ist die Version 1.0 von GEONE<sub>x</sub>T erschienen. Diese kann **ohne Kosten** im Unterricht und außerhalb der Schule eingesetzt werden. Die Weitergabe der Software an Schülerinnen und Schüler für deren häusliche Arbeiten ist somit problemlos möglich. Unter <http://geonext.de> steht jeweils die aktuelle Version von GEONE<sub>x</sub>T zum Download bereit.

### Konstruktionsprogramm und Multimediatool

GEONE<sub>x</sub>T kann von der Grundschule an bis hin zur Analysis der gymnasialen Oberstufe sowie in der Lehrerausbildung an Universitäten vielfältig und flexibel genutzt werden, und zwar als eigenständiges Programm oder im Rahmen von Lernumgebungen auf HTML-Basis.

Als eigenständige Anwendung dient GEONE<sub>x</sub>T als Werkzeug zum Erstellen von geometrischen Konstruktionen. Dazu bietet GEONE<sub>x</sub>T eine Zeichenfläche und eine Vielzahl von Konstruktionswerkzeugen. Im Gegensatz zu Zeichnungen auf Papier lassen sich GEONE<sub>x</sub>T-Konstruktionen nachträglich vielfältig variieren und dynamisch verändern.

Zusätzlich kann GEONE<sub>x</sub>T in HTML-Seiten eingebunden werden, so dass Texte, Grafiken, Bilder und vor allem bewegliche Konstruktio-

nen miteinander verbunden werden können. Diese Vorgehensweise erlaubt das Erstellen von dynamischen Arbeitsblättern und komplexeren multimedialen Lernumgebungen, also von Unterrichtsmaterialien, die Schülern Freiräume für eigenständiges mathematisches Arbeiten eröffnen.

Durch das Multi Document Interface (MDI) können zudem mehrere Konstruktionen in einer GEONE<sub>x</sub>T-Umgebung unabhängig voneinander dargestellt werden, vgl. Abb. 1. Die vorgegebene Auswahl und Anordnung der Konstruktionswerkzeuge lässt sich den jeweiligen unterrichtlichen Erfordernissen anpassen. Dabei kann man verwandte Werkzeuge in entsprechenden Untermenüs zusammenfassen und solche, die nicht benötigt werden, einfach ausblenden.

### Objekte und deren Eigenschaften

Den Schülern stehen auf der GEONE<sub>x</sub>T-Zeichenfläche alle für die Schulgeometrie relevanten Konstruktionsmöglichkeiten zur Verfügung: Neben Punkten, Geraden und Kreisen sowie daraus zusammengesetzten Objekten, z.B. Streckenmittelpunkt, Winkelhalbierende oder Umkreis, sind Vektoren, Polygone, Winkel, Kreissektoren, Berechnungen und Texte darstellbar. Über eine separate Dialogbox (vgl. Abb. 2) ist es möglich, Eigenschaften der Objekte zu ändern. So sind etwa Linienstärke bei Geraden, Farbgebung, Transparenz von eingefärbten Flächen, Beschriftung und Darstellungsform (Gerade – Halbgerade – Strecke) variierbar.

Zu Gruppen zusammengefasste Punkte lassen sich inklusive ihrer abhängigen Objekte verschieben. Eine einfache Anwendung stellt z.B. die abgebildete Parallelverschiebung eines Dreiecks dar (vgl. Abb. 3).

### Gleiter

Neben frei beweglichen Punkten lassen sich Punkte — sog. Gleiter — auch an ausgewählte Objekte binden. So ist beispielsweise ein Punkt auf einer Kreislinie als Gleiter nur entlang dieser Kreislinie bewegbar. GEONE<sub>x</sub>T bietet zudem die Möglichkeit, diesen Bewegungsablauf zu automatisieren (Animation). Weiterhin lassen sich Gleiter auch von ihrer Bindung loslösen.

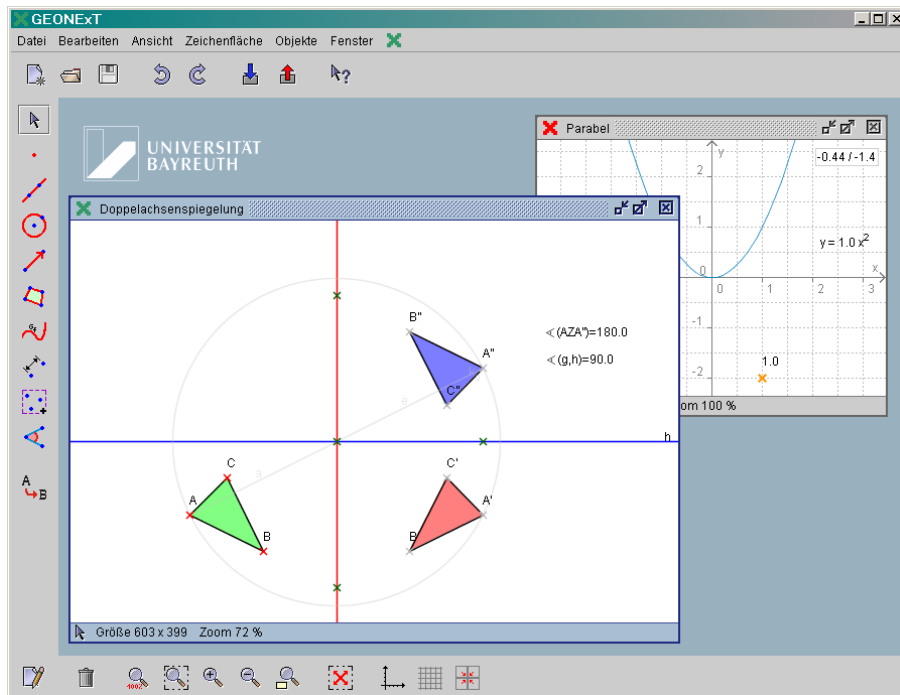


Abbildung 1: Das Programm GEONExT

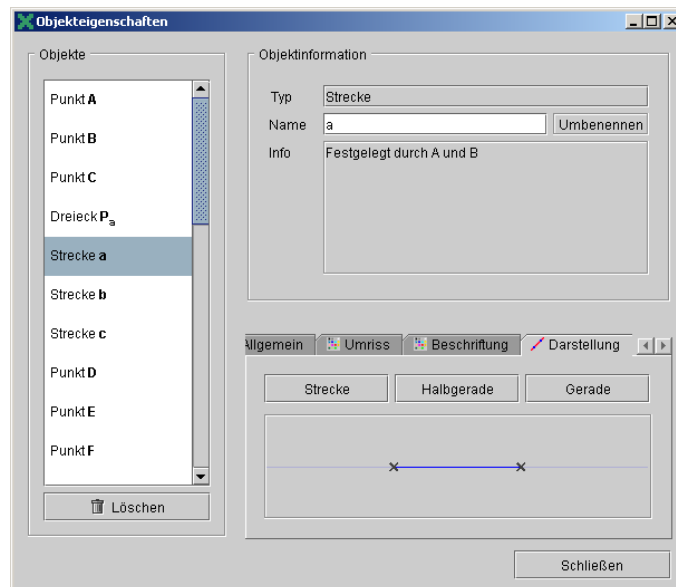


Abbildung 2: Ausführliches Menü zum Verändern der Objekt-Eigenschaften

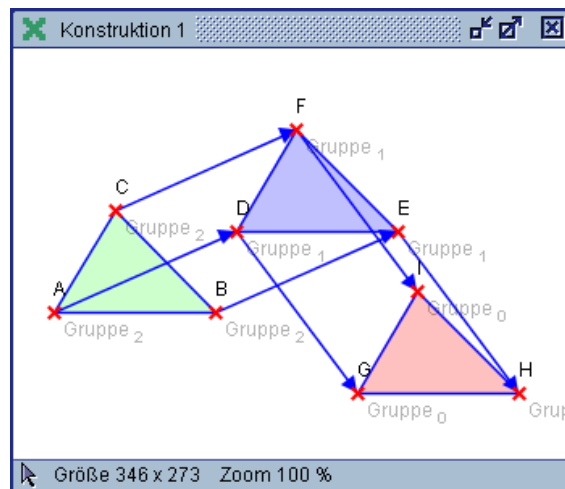


Abbildung 3: Gruppen von Punkten zur Visualisierung der Parallelverschiebung von Dreiecken

### GEONE<sub>x</sub>T-Algebra-System

Die Integration eines Computer-Algebra-Systems schafft interessante Visualisierungsmöglichkeiten insbesondere für den Geometrie- und Analysisunterricht. Die Basis für das GEONE<sub>x</sub>T-Algebra-System (G.A.S.) bildet das freie Java-Applet Hartmath. Es wurde eine Schnittstelle geschaffen, die es erlaubt, Hartmath in GEONE<sub>x</sub>T zu integrieren, um so Berechnungen an geometrischen Objekten überhaupt erst zu ermöglichen und in der Folge zu optimieren. Dem GEONE<sub>x</sub>T-Nutzer stehen dadurch viele zusätzliche Werkzeuge zur Verfügung:

- Verändern von Funktionsgraphen und von Parameterkurven in Abhängigkeit von geometrischen Objekten
- Animierbare Gleiter auf Funktionsgraphen
- Koordinaten von Punkten als Terme (sog.  $(x;y)$ -Punkte)
- Dynamisieren von Texten durch Einbinden von Berechnungen und Messungen

Ein konkretes Beispiel für den Einsatz des G.A.S. stellt die GEONE<sub>x</sub>T-Konstruktion (vgl. Abb. 4) zur Einführung der Ableitung der Sinus-Funktion dar.

Auf den Sinus-Graphen wird ein Gleiter P gesetzt, der entlang dieser Kurve beweglich ist. Mit Hilfe der  $(x;y)$ -Punkte A und B werden das Steigungsdreieck und die Tangente im Punkt

P erzeugt. Durch Ziehen an P passt sich dieses Dreieck seiner jeweiligen Position an. Ausgehend von einer solchen Konfiguration kann sich der Schüler die jeweilige Steigung mit Hilfe einer Berechnung als dynamischen Text auf der Konstruktionsfläche ausgeben lassen (vgl. Abb. 4). Dabei muss er die Abhängigkeit der Steigung von den drei Punkten P, A und B berücksichtigen. So ergeben sich erste Vermutungen bezüglich Wertebereich und Verlauf der Ableitungsfunktion. Verstärken lassen sich diese Spekulationen durch Zeichnen eines  $(x;y)$ -Punktes S, dessen Ordinate jeweils gleich der Steigung des Graphen an der Stelle  $x$  ist und der beim Bewegen (im Spurmodus) eine Spur hinterlässt und so den Graphen der Kosinusfunktion skizziert.

### Spur – Spurkurve

Der Spurmodus lässt sich für beliebig auswählbare Objekte aktivieren, also z.B. auch zur Darstellung von Funktionenscharen. Hängt ein Punkt von einem Gleiter ab, kann man seine Spur nicht nur durch diskrete Spurpunkte sichtbar machen, sondern auch eine kontinuierliche (interpolierte) Spurkurve erzeugen lassen.

### Zeichenfläche

Die Bandbreite der Einsatzmöglichkeiten von GEONE<sub>x</sub>T sowie die Benutzerfreundlichkeit werden durch zahlreiche Einstellungsoptio-

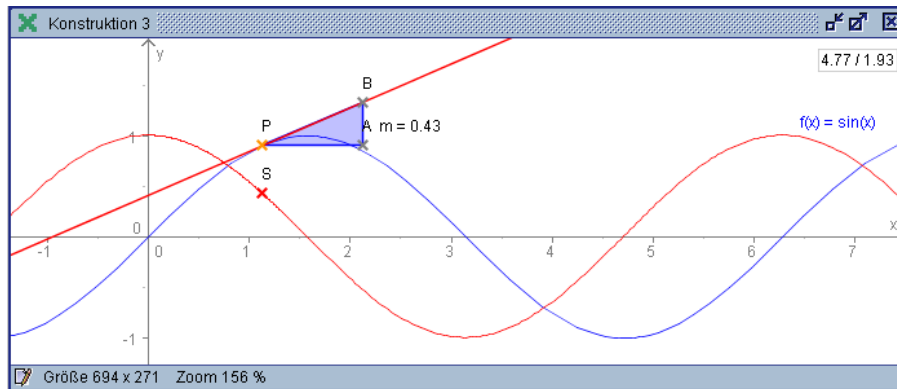


Abbildung 4: Konstruktion mit berechneten Objekten am Beispiel des Steigungsdreiecks am Graphen der Sinus-Funktion

nen bezüglich der Zeichenfläche erhöht. Dazu gehören u. a.:

- Koordinatensystem, wobei die Achsen unterschiedlich skalierbar und beschriftbar sind
- Gitterstruktur (mit verschiedenen Varianten)
- Einrastmöglichkeit auf Gitterpunkten und Objekten
- Zoomfunktionen
- Frei wählbare Hintergrundfarbe
- Einbinden von Graphiken und Bildern als Hintergrund

### Arbeitsblätter

Durch einen Mausklick kann man in GEONE<sub>X</sub>T die Konstruktion der aktuellen Zeichenfläche in die Zwischenablage kopieren. Anschließend lässt sich die erstellte Konstruktion als Graphik in ein beliebiges Textverarbeitungsprogramm (z.B. Word) einfügen. So entstehen ohne Aufwand ansprechende Arbeitsblätter für den Mathematikunterricht.

### Speichern – Drucken – Diashow

GEONE<sub>X</sub>T erlaubt eine Vielzahl von Speichermöglichkeiten. Konstruktionen werden in dem XML-basierten gxt-Format abgespeichert. Daneben gestattet GEONE<sub>X</sub>T auch den Export

in HTML-Dateien. Dadurch ist es möglich, Konstruktionen direkt im Internet-Browser zu betrachten.

Die HTML-Dateien können durch ein automatisch erzeugtes Konstruktionsprotokoll ergänzt werden, in dem die einzelnen Konstruktionsschritte aufgelistet sind. Gerade für den Unterricht erweist sich diese Option als sinnvoll, da hierdurch die einzelnen Schritte einer Konstruktion problemlos nachvollziehbar sind.

Die mit GEONE<sub>X</sub>T erzeugten Konstruktionen lassen sich direkt ausdrucken. Zusätzlich stehen für den Printbereich die beiden Graphik-Formate PNG und SVG zur Verfügung.

Zur Präsentation von Konstruktionsvorgängen bietet GEONE<sub>X</sub>T die Möglichkeit einer „Diashow“ an. Die einzelnen Konstruktionsschritte werden dazu als Graphik gespeichert und können anschließend als Abfolge von Bildern im Browser betrachtet werden.

### Systemvoraussetzungen und Installation

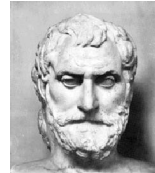
GEONE<sub>X</sub>T läuft sowohl als eigenständige Anwendung als auch im Webbrowser.

**Windows 95/98/ME/2000/XP** Benötigte Java-Unterstützung: JRE 1.4.0 oder höher.

Die Unterstützung für Java 1.4 wird zum Beispiel von Netscape 7.0 bereits mitgebracht. Natürlich kann die Java-Unterstützung auch getrennt installiert werden. Dazu muss das sogenannte *Java Runtime Environment*,

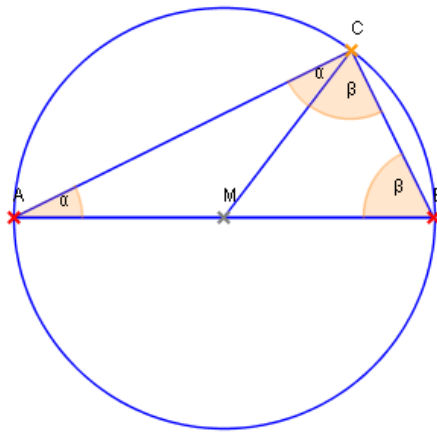
## Der Satz von Thales

Ein Dreieck, dessen Ecken so auf einem Kreis liegen, dass eine Seite Durchmesser ist, besitzt einen rechten Winkel.



### Beweisstrategie

Verwende eine geeignete Hilfslinie, hier [CM].



### Beweis

$$\beta = \angle CBA = \angle MCB \quad (\triangle BCM \text{ gleichschenkelig})$$

$$\alpha = \angle BAC = \angle ACM \quad (\triangle ACM \text{ gleichschenkelig})$$

$$\alpha + \beta = \gamma$$

$$180^\circ = \alpha + \beta + \gamma = \gamma + \gamma$$

$$\Rightarrow \gamma = 90^\circ$$

### Historische Notiz

Dieses Ergebnis wird Thales von Milet (ca. 620 - ca. 540 v. Chr.) zugeschrieben, aber diese Feststellung steht auf äußerst wackeligen Füßen.

Abbildung 5: GEONExT-Konstruktion als Screenshot in einem Text-Dokument

kurz JRE, installiert werden. Der Download von JRE 1.4 ist bei SUN Microsystems unter (<http://java.sun.com/j2se/1.4/download.html>) möglich. Wählen Sie dort die Windows Variante des JRE.

**Linux** Benötigte Java-Unterstützung: JRE 1.4.0 oder höher.

Die Unterstützung für Java 1.4 gibt es mit dem Download von JRE 1.4.0 bei SUN Microsystems (<http://java.sun.com/j2se/1.4/download.html>). Dort befinden sich auch entsprechende Installationshinweise.

Zur Installation unter Linux muss lediglich das Programm `install`, das im ZIP-File enthalten ist, ausgeführt werden.

### Hinweis

GEONE<sub>x</sub>T unterliegt als freie Software der GNU General Public License. GEONE<sub>x</sub>T kann ohne Kosten genutzt und (nicht kommerziell) weitergegeben werden.

### Links

- <http://geonext.de>
- <http://did.mat.uni-bayreuth.de>
- Email: [info@geonext.de](mailto:info@geonext.de)

### Kontaktadresse

Lehrstuhl für Mathematik und ihre Didaktik  
Universität Bayreuth  
Postfach 101251  
D-95440 Bayreuth