Mathematik und ihre Didaktik
Uni Bayreuth

Wolfgang Neidhardt
Thomas Oetterer

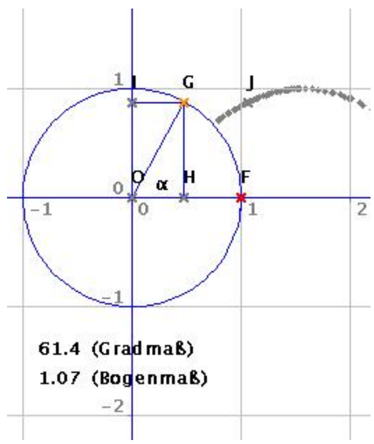
Experimente mit trigonometrischen Funktionen

Eine Sammlung von interaktiven Arbeitsblättern zur vertieften Betrachtung der Funktionen *sin x*, *cos x* und *tan x*.

1 Die Sinusfunktion als Ortskurve

Verwenden Sie ein leeres GEONExT-Arbeitsblatt.

1. Schalten Sie Gitter und Koordinatensystem ein.
2. Zeichnen Sie die x- und y-Achse als Geraden a und b (Einrastmodus!) sowie den Koordinatenursprung O ein (O ist **Schnittpunkt** von a und b!).
3. Zeichnen Sie einen Kreis k um O mit Radius 1 (Einheitskreis). Vergrößern Sie das Bild (2x Lupe +).
4. Legen Sie einen Gleiter G auf k an.
5. Fällen Sie jeweils Lote von G auf die x-Achse bzw. von G auf die y-Achse.

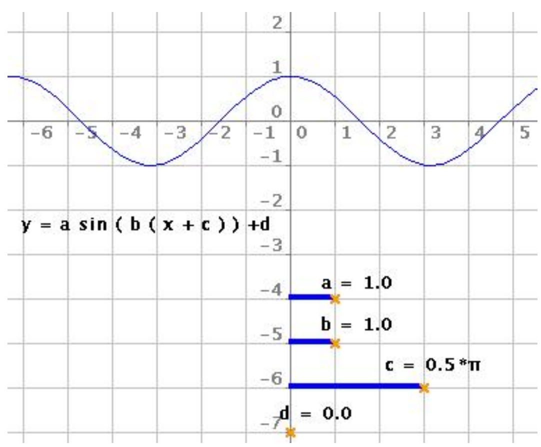


6. Zeichnen Sie den Radius $[GO]$ ein (Strecke). Der Winkel $\sphericalangle\, FOG$, den GO mit der x-Achse einschließt, heiße α.
   Lassen Sie α in Grad (Deg) und Bogenmaß (Rad) ausgeben und beobachten Sie die Änderung von Grad- und Bogenmaß beim Bewegen von G entlang k.
7. Welche Strecken haben die Längen $sin\ \alpha$ bzw. $cos\ \alpha$?
8. Setzen Sie einen $(x; y)$-Punkt J mit $x = Rad(F, O, G)$ und $y = Y(G)$.
   Schalten Sie den Spurmodus ein und beobachten Sie die Spur von J.
9. Versuchen Sie auf diese Weise auch die Kosinusfunktion zu zeichnen.
10. Eine Senkrechte in F auf die x-Achse schneidet OG im Punkt K. $[KF]$ hat die Länge $tan\ \alpha$ – warum?
    Versuchen Sie damit auch die Tangensfunktion zu zeichnen. Warum geht das nicht nur im 1. Quadranten, sondern sogar für alle x-Werte aus $[0, 2\pi]$?
    Alternative: Tangensfunktion indirekt aus $sin\ \alpha$ und $cos\ \alpha$ erzeugen.

2 Die Funktion $y = a \cdot sin(b \cdot (x + c)) + d$

Laden Sie dazu ein zweites GEONExT-Arbeitsblatt und beschreiben Sie, welchen Einfluss die Parameter a,b,c,d jeweils auf den Graphen haben:

a	
b	
c	
d	



3 Verschobene Sinusfunktion - Sinusfunktion mit Phasenverschiebung - Amplitude - Frequenz

Betrachtet werde nochmals die Funktion

$$y = a \cdot sin(b \cdot (x + c)) + d$$

Der Einfluss der Parameter a, b, c und d lässt sich auch geometrisch erfahren:

- Parameter a und Parameter d: laden Sie dazu das GEONExT-Arbeitsblatt 3
  Zeichnen Sie den Graphen der Sinuskurve $y = 1,5 \cdot sin(x) + 2$ und überprüfen Sie mit Hilfe des GEONExT-Funktionsgraphen.

- Parameter c: laden Sie dazu das GEONExT-Arbeitsblatt 4

  Ergebnis (bezogen auf die Bezeichnung des Arbeitsblattes 4): Der Parameter c ist also nicht der x-Wert von K sondern:

- Parameter b: laden Sie dazu das GEONExT-Arbeitsblatt 5

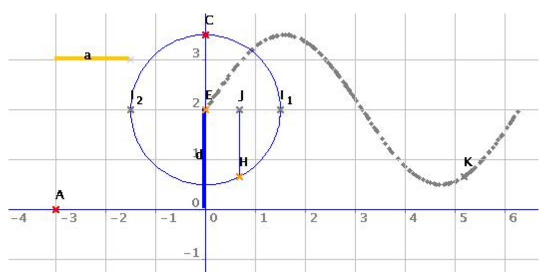


Abb.: Änderung der Parameter a und d

4 Dynamische Sinuskurven

Zeichnen Sie den Graphen einer Sinusfunktion mit den angegebenen Eigenschaften und stellen Sie die jeweils zugehörige Funktionsgleichung auf. Laden Sie Sie dazu im GEONExT-Arbeitsblatt 6 die jeweils angegebene GEONExT-Datei *[*.geo]*.
Machen Sie die Probe durch Eingabe der Lösung mit Hilfe des GEONExT-Funktionsgraphen.

1. *[sin4.geo]*
   (a) Der Graph schneidet die x-Achse im Punkt $A(1, 0)$.

   y =

   (b) Der Graph ist punktsymmetrisch zu $A(0, 2)$.

   y =

2. *[sin5.geo]*
   (a) Der Graph hat ein Maximum bei $B(3, 1)$.

   y =

   (b) Der Graph hat ein Minimum bei $B(1, -2)$.

   y =

3. *[sin6.geo]*
   (a) Der Graph schneidet die x-Achse im Punkt $A(1, 0)$ und hat ein Maximum bei $B(3, 1)$.

   y =

   (b) Der Graph ist punktsymmetrisch zu $A(1, -1)$ und hat ein Minimum bei $B(2, -3)$.

   y =

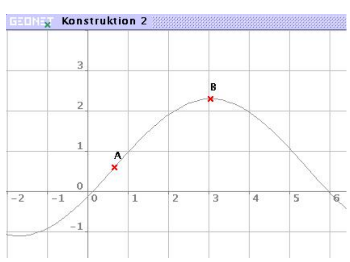


Abb.: sin6.geo

5 Bau eines Uhrenmodells

Es soll das Modell einer Analog-Uhr gebaut werden, bei dem sich die Bewegung der Zeiger simulieren lässt (GEONExT-Arbeitsblatt 7).

- Legen Sie eine horizontale Gerade a auf die x-Achse (0-Punkt sei A) und setzen Sie einen Gleiter C auf a.
- Ein Kreis k_a um $D(3, 4)$ mit Radius 3 L.E. soll die Uhr symbolisieren.
- Großer Zeiger Z (Länge 2,5 L.E.): Startzeit soll 12.00 Uhr werden. Die Spitze F von Z soll sich durch Ziehen von C entlang a (Startpunkt: Koordinatenursprung) bewegen lassen. Dabei soll der x-Wert von C (=X(C)) den Winkel (im Bogenmaß) darstellen, den Z seit 12.00 Uhr überstrichen hat.

  Legen Sie F als $(x; y)$-Punkt an. Berücksichtigen Sie dabei die Verschiebung zum Punkt D und die Zeigerlänge.
- Verbinden Sie D mit F (Strecke - dick zeichnen) und bewegen Sie zur Kontrolle C auf a (2x Lupe -). Bei X(C)∼18,8 L.E. muss Z genau drei Runden zurückgelegt haben (warum?).
- Versuchen Sie in analoger Weise den kleinen Zeiger K zu zeichnen (Länge 1,5 L.E.). Hilfreich dazu ist folgende Überlegung: Wenn Z 12 Runden zurückgelegt hat (also nach 12 Stunden), hat K gerade eine Runde geschafft.
- **Zusatzfrage** (zum Nachdenken und -rechnen): Zu welcher Zeit (genau) nach 12.00 Uhr liegen Z und K das erste Mal nach 12 Uhr wieder exakt übereinander?

  Ermitteln Sie den Wert zunächst experimentell (durch Ziehen an C - mindestens 3x Lupe + verwenden - und Messen von X(C)) und überlegen Sie dann wie man zu einem exakten (rechnerischen) Ergebnis kommen kann. Tipp: Z hat dann genau eine Runde mehr als K zurückgelegt.