

Übungen zur Elementaren Zahlentheorie

Aufgabe 1

6 Punkte

Zeigen Sie: Bei ISBN wird jede Vertauschung zweier Ziffern durch das Prüfziffernverfahren aufgedeckt.

Aufgabe 2

12 Punkte

- Studieren Sie Kap. IV./3. Restklassen aus *Padberg, Elementare Zahlentheorie* (Kopiervorlage liegt bei mir aus!). Bezeichnung: $\mathbb{Z}/m\mathbb{Z}$ wird dort als R_m bezeichnet.
- Stellen Sie eine Additions- und eine Multiplikationstafel für das Rechnen in $\mathbb{Z}/7 \cdot \mathbb{Z}$ auf.
- Zeigen Sie: Es gibt für alle Zahlen $\neq 0$ aus $\mathbb{Z}/7 \cdot \mathbb{Z}$ genau ein multiplikativ inverses Element. Geben Sie dieses jeweils an.

Aufgabe 3

10 Punkte

- (a) Welcher Rest bleibt, wenn man 6^{100003} durch 101 teilt ?
(b) Zeigen Sie: $2^{70} + 3^{70}$ ist durch 13 teilbar.
Tipp: Jeden Summanden einzeln (mod 13) berechnen.
(c) Welcher Rest bleibt, wenn man 2^{17} durch 19 teilt?
Tipp: $2^{-1} \equiv 10 \pmod{19}$ – warum?
(d) Behauptung: $20^{350} - 1$ ist durch 7 teilbar – wahr oder falsch?
(e) Welcher Rest bleibt, wenn man 3^{82} durch 17 teilt?