Mathematik und ihre Didaktik WS 04/05
W. Neidhardt

Denken in Strukturen I

- Mind-Mapping-Diagramm: Grundlegende Beweisprinzipien (Bew) - Elementare Zahlentheorie und Algorithmen (ElZT) - Aufbau des Zahlsystems (ZS) - Denken in Strukturen (DiS) - Aussagenlogik (Log) - Graphentheorie und Topologie (GuT) - Ausgewählte mathematische Themen (MaT) - Diskrete Mathematik (DM)
- DM: Schubfachprinzip
  - Formulierung und Beweis
  - Anwendungen: Prof. Mathemix; Bekanntschaften; entfernte Punkte im Quadrat

---

- Mittelpunkt einer Strecke
- DM: Schubfachprinzip
  - teilen oder nicht teilen
  - verallgemeinertes Schubfachprinzip
  - unendliches Schubfachprinzip
- DM: Färbungsmethoden
  - Überdeckung eines Schachbretts mit Dominosteinen
  - Verallgemeinerte Schachbretter und Dominosteine.

- DM: Färbung eines mxn-Schachbretts mit a Farben und lückenlose Überdeckung mit ax1-Dominosteinen: m oder n muss ein Vielfaches von a sein.
- Log: Aussage, Aussageform, erfüllbar, unerfüllbar, allgemeingültig, All- und Existenzaussagen (Quantoren).

- LdL: Log: Verknüpfung von Aussagen
  - Negation
  - Konjuktion
  - Disjunktion
- Verneinung von All- und Existenzaussagen: Nat., ganze, rationale und irrationale Zahlen.
- Bew: Beweisprinzipien/Beweisverfahren
  - "Tertium non datur"
  - Direkter Beweis
  - Indirekter Beweis
  - Beweis durch Widerspruch

- Bew: Grundlegende Beweisprinzipien
  - Beweis durch Fallunterscheidung. Mit Beispiel: Quadratzahlen haben nie die Endziffer 8 (–> zeigen)
  - Prinzip vom kleinsten Element
  - Beispiel: Nat. Zahlen auf der Zahlengeraden. Jede Zahl ist Mittelwert der beiden Nachbarn. Zeige: alle Zahlen sind gleich.

- LdL: Log: Verknüpfung von Aussagen
  - Implikationsverknüpfung - Implikation (logische und inhaltliche)
  - Äquivalenzverknüpfung

- LdL: Log: Äquivalenz
- $\sqrt{2}$ ist irrational: Beweis mit "kleinstem Element" und Widerspruch

---

- Brüche, die anscheinend $\sqrt{2}$ sind.
- Altägyptisch multiplizieren:
  - Experiment
  - Algorithmus - umgangssprachlich
  - Algorithmus - Flussdiagramm
  - Algorithmus - Programm
  - Beweis, dass altägyptisch immer das richtige Ergebnis liefert.

- Stellenwertsysteme, Römische Zahlen, 5-er-System, Dualsystem
- Umrechnung von Zahlen dezimal $< -- >$ g-adisch
- 1+1 und 1x1-Tafeln im 5-er-System
- Altägyptisch - ganz modern: Verdoppeln, Halbieren und Addieren im Dualsystem

---

- Axiomatische Beschreibung der natürlichen Zahlen: Axiomensystem von G. PEANO
- Empirische Induktion in den Naturwissenschaften
- Das Beweisprinzip der *vollständigen Induktion*
- - Beweis: Summe aller ungeraden Zahlen: n^2
  - Beweis: Dreieckszahlen: $\frac{n(n+1)}{2}$

- Satz: Eine Quadratzahl besitzt niemals die Endziffer 8
  mit Beweis.
- Dreieckszahlen, Quadratzahlen, Pyramidenzahlen - wie kommt man durch einen Ansatz zur Formel?

- Division mit Rest: Beweis der Existenz und Eindeutigkeit
- Folgen, Reihen, Mittelwerte:
  Drei Probleme zu Mittelwerten:
  - 100 km mit 50 km/h; 100 km mit 100 km/h. Durchschnittsgeschwindigkeit?
  - Durchschnittliche Punktezahl bei einer Klausur.
  - 2% Zinsen im 1. Jahr; 14% Zinsen im 2. Jahr. Durchschnittszinssatz?
- Arithmetische Folge und Reihe

- - Arithmetische Folgen und Reihen
  - Geometrische Folgen und Reihen
  - Geometrisches Mittel, Zinsrechnungen

- - Harmonische Folgen und Reihen
  - Durchschnittsbildung für Geschwindigkeiten mit harmonischem Mittelwert
  - Mengenalgebra: Was ist eine Menge?
  - Der Barbier von Sevilla (Paradoxon)
  - Potenzmenge einer Menge
- LdL: Gesetze der Mengenalgebra

- LdL: Gesetze der Mengenalgebra: Duale Gesetze.
  Zusammenhang zwischen Mengenalgebra und Aussagenlogik
- Teilmengenbeziehungen
- Mächtigkeit von Vereinigungsmengen