

Mathematik und ihre Didaktik
Uni Bayreuth

Wolfgang Neidhardt
Thomas Oetterer

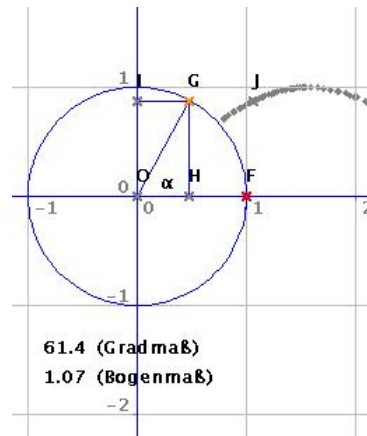
Experimente mit trigonometrischen Funktionen

Eine Sammlung von interaktiven Arbeitsblättern zur vertieften Betrachtung der Funktionen $\sin x$, $\cos x$ und $\tan x$.

1 Die Sinusfunktion als Ortskurve

Verwenden Sie ein leeres [GEONExT-Arbeitsblatt](#).

1. Schalten Sie Gitter und Koordinatensystem ein.
2. Zeichnen Sie die x - und y -Achse als Geraden a und b (Einrastmodus!) sowie den Koordinatenursprung O ein (O ist **Schnittpunkt** von a und b !).
3. Zeichnen Sie einen Kreis k um O mit Radius 1 (Einheitskreis). Vergrößern Sie das Bild (2x Lupe +).
4. Legen Sie einen Gleiter G auf k an.
5. Füllen Sie jeweils Lote von G auf die x -Achse bzw. von G auf die y -Achse.

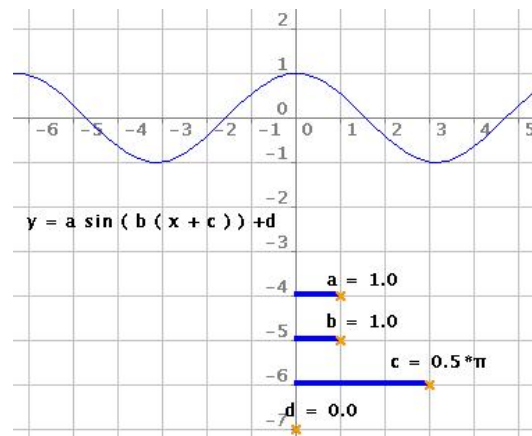


6. Zeichnen Sie den Radius $[GO]$ ein (Strecke). Der Winkel $\sphericalangle FOG$, den GO mit der x -Achse einschließt, heiße α .
Lassen Sie α in Grad (Deg) und Bogenmaß (Rad) ausgeben und beobachten Sie die Änderung von Grad- und Bogenmaß beim Bewegen von G entlang k .
7. Welche Strecken haben die Längen $\sin \alpha$ bzw. $\cos \alpha$?
8. Setzen Sie einen $(x; y)$ -Punkt J mit $x = \text{Rad}(F, O, G)$ und $y = Y(G)$.
Schalten Sie den Spurmodus ein und beobachten Sie die Spur von J .
9. Versuchen Sie auf diese Weise auch die Kosinusfunktion zu zeichnen.
10. Eine Senkrechte in F auf die x -Achse schneidet OG im Punkt K . $[KF]$ hat die Länge $\tan \alpha$ – warum?
Versuchen Sie damit auch die Tangensfunktion zu zeichnen. Warum geht das nicht nur im 1. Quadranten, sondern sogar fur alle x -Werte aus $[0, 2\pi]$?
Alternative: Tangensfunktion indirekt aus $\sin \alpha$ und $\cos \alpha$ erzeugen.

2 Die Funktion $y = a \cdot \sin(b \cdot (x + c)) + d$

Laden Sie dazu ein zweites [GEONExT-Arbeitsblatt](#) und beschreiben Sie, welchen Einfluss die Parameter a,b,c,d jeweils auf den Graphen haben:

a	
b	
c	
d	



3 Verschobene Sinusfunktion - Sinusfunktion mit Phasenverschiebung - Amplitude - Frequenz

Betrachtet werde nochmals die Funktion

$$y = a \cdot \sin(b \cdot (x + c)) + d$$

Der Einfluss der Parameter a , b , c und d lässt sich auch geometrisch erfahren:

- Parameter a und Parameter d : laden Sie dazu das [GEONExT-Arbeitsblatt 3](#)
Zeichnen Sie den Graphen der Sinuskurve $y = 1,5 \cdot \sin(x) + 2$ und überprüfen Sie mit Hilfe des GEONExT-Funktionsgraphen.
- Parameter c : laden Sie dazu das [GEONExT-Arbeitsblatt 4](#)
Ergebnis (bezogen auf die Bezeichnung des Arbeitsblattes 4): Der Parameter c ist also nicht der x -Wert von K sondern:
- Parameter b : laden Sie dazu das [GEONExT-Arbeitsblatt 5](#)

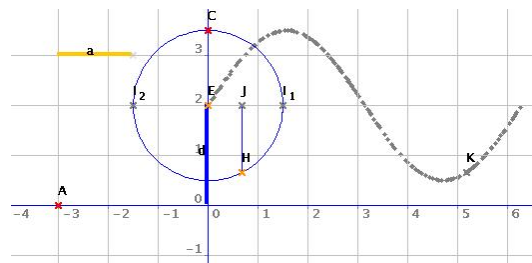


Abb.: Änderung der Parameter a und d

4 Dynamische Sinuskurven

Zeichnen Sie den Graphen einer Sinusfunktion mit den angegebenen Eigenschaften und stellen Sie die jeweils zugehörige Funktionsgleichung auf. Laden Sie Sie dazu im [GEONExT-Arbeitsblatt 6](#) die jeweils angegebene GEONExT-Datei [**.geo*].

Machen Sie die Probe durch Eingabe der Lösung mit Hilfe des GEONExT-Funktionsgraphen.

1. [*sin4.geo*]

(a) Der Graph schneidet die x -Achse im Punkt $A(1, 0)$.

$$y =$$

(b) Der Graph ist punktsymmetrisch zu $A(0, 2)$.

$$y =$$

2. [*sin5.geo*]

(a) Der Graph hat ein Maximum bei $B(3, 1)$.

$$y =$$

(b) Der Graph hat ein Minimum bei $B(1, -2)$.

$$y =$$

3. [*sin6.geo*]

(a) Der Graph schneidet die x -Achse im Punkt $A(1, 0)$ und hat ein Maximum bei $B(3, 1)$.

$$y =$$

(b) Der Graph ist punktsymmetrisch zu $A(1, -1)$ und hat ein Minimum bei $B(2, -3)$.

$$y =$$

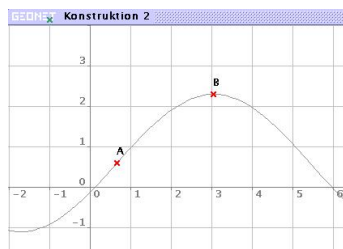


Abb.: sin6.geo

5 Bau eines Uhrenmodells

Es soll das Modell einer Analog-Uhr gebaut werden, bei dem sich die Bewegung der Zeiger simulieren lässt ([GEONExT-Arbeitsblatt 7](#)).

- Legen Sie eine horizontale Gerade a auf die x -Achse (0-Punkt sei A) und setzen Sie einen Gleiter C auf a .
- Ein Kreis k_a um $D(3, 4)$ mit Radius 3 L.E. soll die Uhr symbolisieren.
- Großer Zeiger Z (Länge 2,5 L.E.): Startzeit soll 12.00 Uhr werden. Die Spitze F von Z soll sich durch Ziehen von C entlang a (Startpunkt: Koordinatenursprung) bewegen lassen. Dabei soll der x -Wert von C ($=X(C)$) den Winkel (im Bogenmaß) darstellen, den Z seit 12.00 Uhr überstrichen hat.

Legen Sie F als $(x; y)$ -Punkt an. Berücksichtigen Sie dabei die Verschiebung zum Punkt D und die Zeigerlänge.

- Verbinden Sie D mit F (Strecke - dick zeichnen) und bewegen Sie zur Kontrolle C auf a (2x Lupe -). Bei $X(C) \sim 18,8$ L.E. muss Z genau drei Runden zurückgelegt haben (warum?).
- Versuchen Sie in analoger Weise den kleinen Zeiger K zu zeichnen (Länge 1,5 L.E.). Hilfreich dazu ist folgende Überlegung: Wenn Z 12 Runden zurückgelegt hat (also nach 12 Stunden), hat K gerade eine Runde geschafft.
- **Zusatzfrage** (zum Nachdenken und -rechnen): Zu welcher Zeit (genau) nach 12.00 Uhr liegen Z und K das erste Mal nach 12 Uhr wieder exakt übereinander?

Ermitteln Sie den Wert zunächst experimentell (durch Ziehen an C - mindestens 3x Lupe + verwenden - und Messen von $X(C)$) und überlegen Sie dann wie man zu einem exakten (rechnerischen) Ergebnis kommen kann. Tipp: Z hat dann genau eine Runde mehr als K zurückgelegt.

